A

01. $(-4, 7)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $y^2 = 4x$ පරාවලයට ඇති **කෙටිම දුර** සොයන්න.

02. $(8, 0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $y^2 = x^3$ වක්‍රයට ඇති **කෙටිම දුර** සොයන්න.

03. A, B සහ C නගර තුන පිහිටා ඇත්තේ, A සිට B දක්වා සහ A සිට C දක්වා වූ දුරවල් සමාන වන සේ ඇති සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවලය. B සිට C දක්වා දුර 6 km සහ A ඔස්සේ වූ උච්චය 8km වේ. සම්ප්‍රේෂණ කුළුණක්, **PA + PB + PC හි අගය අවම වන පරිදි** A ඔස්සේ වූ උච්චය මත පිහිටි P නැමැති ස්ථානයක තැනිය යුතුව ඇත. AP දුර සොයන්න.

04. සංවෘත සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් එහි පරිමාව 2156 cm^3 වන පරිදි සෑදිය යුතුව ඇත. **එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය අවම වන පරිදි** සිලින්ඩරයේ අරය සොයන්න.
($\pi = \frac{22}{7}$ බව සලකන්න.)

05. පරිමාව $64\ \pi cm^3$ වූ ද මුදුන විවෘතව ඇත්තා වූද වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර භාජනයක් තැනීමට අවශ්‍ය ව ඇත. පතුල සඳහා භාවිත කරන ලද අමු ද්‍රව්‍යවල ඒකකයකට ගිය වියදම වක්‍ර කොටස සඳහා ඒකකයකට ගිය වියදම මෙන් දෙගුණයක් ද නම් **වියදම අවම වන සේ** තිබිය යුතු මාන සොයන්න.

06. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර හැඩය ගත් ජනේලයකට අර්ධ වෘත්තාකාර හැඩය ගත් ආරුක්කුවක්ද වේ. ජනේලයේ හා ආරුක්කුවේ පරිමිතිය මීටර් 10 කි. ජනේලය සම්පූර්ණයෙන් විවෘත කර ඇති විට **උපරිම අයුරින් ආලෝකය ලැබීම** සඳහා ජනේලයේ මානයක් ගණනය කරන්න.

07. එකතුව 58 වන පරිදි ද **ගුණිතය උපරිම වන පරිදි** වන ධන සංඛ්‍යා දෙකක් සොයන්න.

08. ධන සංඛ්‍යා දෙකක ගුණිතය 36 වේ. ඒවායේ **එකතුව අවම වන පරිදි** එම සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

09. **ඝනයන් එකතුව අවම වන සේ** 64 අගය දෙකකට වෙන් කෙරේ. එම අගයන් සොයන්න.

10. $S = 4t^3 - 3t + 6$ යන්නෙන් t කාලයකදී වස්තුවක් ගමන් කළ දුර දැක්වේ.
(i) ඕනෑම මොහොතකදී වස්තුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.
(ii) $t = 3$ දී ත්වරණය සොයන්න.
(iii) වේගය ශූන්‍ය වන t හි අගය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

11. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පෝස්ටරයක් එහි වමෙන් හා දකුණෙන් එක එකක් 6 cm ක් පළල තීරවලින් ද, උඩින් හා යටින් එක එකක් 4 cm පළල තීරවලින් ද, වටවූ වර්ගඵලය 1536 cm^2 ක සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුද්‍රිත පෙදෙසක් ප්‍රදර්ශනය වන අයුරින් තැනිය යුතු වේ. මෙම සංරෝධකවලට යටත්ව **අඩුතම වර්ගඵලය සහිත** පෝස්ටරයේ දිග සහ පළල සොයන්න.

12. පියන රහිත විවෘත සෘජුවෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය නියත වේ. එහි **පරිමාව උපරිම වනුයේ** උස අරයට සමාන විට බව පෙන්වන්න.

13. 200 cm දිග කම්බියක් කොටස් දෙකකට වෙන්කර ඉන් එක් කොටසක් වෘත්තයක හැඩයට ද අනෙක් කොටස සමචතුරස්‍රයක හැඩයට ද නමනු ලැබේ. වෘත්තයේ සහ සමචතුරස්‍රයේ **වර්ගඵලවල ඓක්‍යය අවම වන්නේ** කුමන ආකාරයකට කම්බිය කොටස් කල විටද?

($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

14. A, B හා C යනු, $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$, AB = 25km හා BC = 50km වන පරිදි වූ නගර තුනකි. AB හා BC සෘජු මාර්ග දෙකකින් සම්බන්ධ කර ඇත. A නගරය හරහා වාහන ගමන්කිරීමේ දී තදබදය අධික බැවින් A නගරය, BC මාර්ගයේ P නම් ස්ථානයකට සම්බන්ධ කරමින්, තවත් සෘජු මාර්ගයක් තැනීමට යෝජිත ව්‍යාපෘතියක් ඇත. මෝටර් රථයක් සඳහා PC මාර්ග කොටස මත 100 kmh^{-1} ක හා AP යෝජිත මාර්ගය මත 80 kmh^{-1} ක උපරිම වේගයන්ට අවසර ඇත. B නගරයේ සිට x km දුරින් P පිහිටා ඇත්නම්, අවසර ඇති උපරිම වේගයන්ගෙන් මෝටර් රථය ගමන් කරනු ලබන්නේ යයි උපකල්පනය කරමින් P හරහා A සිට C තෙක් මෝටර් රථයක් ගමන් කිරීමට ගන්නා ලද මුළු කාලය $T(x)$, පැය වලින් සොයන්න.

0 සිට 50 km තෙක් x වැඩිවන විට $\frac{dT}{dx}$ හි ලකුණු පරීක්ෂා කිරීමෙන් හි අගය සතතයෙන් අඩුවන සහ වැඩිවන ප්‍රාන්තර ලියා දක්වන්න. A සිට C තෙක් **අවම කාලයකින්** ගමන සම්පූර්ණ කිරීමට මෝටර් රථයකට හැකිවන අයුරින් P සඳහා වඩා සුදුසුම ස්ථානය සොයන්න.

15. සංවෘත සෘජුවෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් එහි පරිමාව 2156 cm^3 වන පරිදි සෑදිය යුතුව ඇත. එහි **මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය අවම වන පරිදි** සිලින්ඩරයේ අරය සොයන්න.

($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

16. ඒකාකාර තුනී ද්‍රව්‍යයක දී තිබෙන ප්‍රමාණයකින් විවෘත සිලින්ඩරාකාර බඳුනක් තැනීමට අවශ්‍යව ඇත. එයට තිබිය හැකි **විශාලතම පරිමාව** ඇත්තේ, සිලින්ඩර පතුලේ අරයට, එහි උස සමාන වන විට බව පෙන්වන්න.

17. විවෘත තල සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත පරිමාව $4m^3$ වූ පෙට්ටියක් සෑදීමට **අවම අමුද්‍රව්‍ය ප්‍රමාණයක් වැයවන පරිදි** (අමුද්‍රව්‍යයේ ඝනකම හා අපතේ යන ප්‍රමාණය නොසලකා හැර) යොදාගත යුතු මාන සොයන්න.

Scanned with CamScanner

18. යකඩ සිලින්ඩරාකාර විවෘත භාජනයක පරිමාව 1 m^3 කි. නිෂ්පාදනයේ දී කිසිදු අපතේ යාමක් සිදුනොවේ නම්, **අවම ද්‍රව්‍ය ප්‍රමාණයක්** අවශ්‍ය වීමට තිබිය යුතු මාන සොයන්න.

19. ත්‍රිකෝණයක පරිමිතිය 16 කි. එක් පාදයක දිග මීටර 6 කි. මෙම **ත්‍රිකෝණයෙහි වර්ගඵලය උපරිම වීමට** නම් එහි ඉතිරි පාද දෙකේ දිග කොපමණ විය යුතුද?

20. ධාරිතාව π cm^3 වූද මුදුන විවෘතව ඇත්තා වූද වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර භාජනයක් තැනීමට අවශ්‍යව ඇත. පතුල සඳහා භාවිත කරන ලද අමුද්‍රව්‍ය අපතේ නොගියේ නම් **වියදම අවම වන සේ** තිබිය යුතු සිලින්ඩරයේ මාන සොයන්න.

21. අරය r වන ගෝලයක් තුළ අන්තර්ගත කළහැකි **වැඩිම පරිමාව** සහිත කේතුවේ මාන සොයන්න.

22. සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තයේ අරය r වේ. මෙම **ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය උපරිම** වන්නේ ත්‍රිකෝණය සමපාද වූ විට බව පෙන්වන්න.

23. දෙන ලද ආනත දිගක් සඳහා **කේතුවක පරිමාව උපරිම වන්නේ** එහි අඩ සිරස් කෝණය $\tan^{-1}\sqrt{2}$ වන විට බව පෙන්වන්න.

24. ඝන ගෝලයකින්, ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන්නා වූ අක්ෂයක් සහිත ඍජුවෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් කපනු ලැබේ. සිලින්ඩරයේ පරිමාව ගෝලයේ පරිමාව මෙන් $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ට වඩා වැඩි විය නොහැකි බව සාධනය කරන්න.

25. සමචතුරස්‍ර පතුළක් සහිත, පියනක් රහිත, පරිමාව 1728 cm^3 කින් යුත් ඍජුකෝණාස්‍ර පෙට්ටියක් තැනිය යුතුය. පතුල සඳහා අවශ්‍ය ද්‍රව්‍යවල වර්ග සෙන්ටිමීටරයකට මෙන් 4 ගුණයක් ඍජුකෝණාස්‍ර පැති සඳහා අවශ්‍ය ද්‍රව්‍යවල වර්ග සෙන්ටිමීටරයකට වැයවේ නම්, **වඩාත් ම ලාභදායී පෙට්ටියේ** මාන සොයන්න.

26. උතුරු දෙසට ජලය ගලන ගඟක A සහ B යනු නැගෙනහිර ඉවුර මත එකිනෙකට 16 km දුරක් ඇතින් පිහිටි ස්ථාන දෙකකි. C සහ D යනු පිළිවෙළින් A ට නැගෙනහිරින් සහ B ට නැගෙනහිරින් වූ නගර දෙකකි. AC = 12 km සහ BD = 20 km වේ. A සහ B අතර පිහිටි E ලක්ෂ්‍යයකදී ජල පොම්පාගාරයක් ස්ථාපනය කර C සහ D නගරවලට EC සහ ED ඔස්සේ ජලය සැපයීමට අවශ්‍ය **නල මාර්ගවල දුර ප්‍රමාණය අවමවීම** සඳහා E හි සුදුසුම පිහිටීම නිර්ණය කරන්න.

1km දුරක නල යෙදීම සඳහා වියදම රුපියල් මිලියන 0.5 ක් වැය වේ නම් පොම්පාගාරය ස්ථාපනයට රුපියල් මිලියන 5 ක් වැය වේ නම් සමස්ත ව්‍යාපෘතියට වැයවන මුදල සොයන්න.

Scanned with CamScanner

27. A, B සහ C යනු නගර තුනක් වන අතර A, B සහ C ට මැදිවී ඇත්තේ කුඹුරකි. A සහ B අතර කුඹුරුයායක් පවතින අතර B සහ C අතර ඇත්තේ ගොඩබිමකි. A සිට C නගරය වෙත යෑමට පාරක් තැනීමට අදහස් කරන අතර එය A සිට B සහ C අතර පිහිටි D ලක්ෂ්‍යය දක්වා කුඹුර ඔස්සේ ද D සිට C දක්වා ගොඩබිම ඔස්සේ ද තැනීමට අදහස් කෙරේ. $AB \perp BC$ ද $BC = 20km$ ද $AB = 8km$ ද වේ. කුඹුර ඔස්සේ පාර තැනීමට 1km ට රුපියල් මිලියන 2.5 ක් ද ගොඩබිම ඔස්සේ පාර තැනීමට 1km ට රුපියල් මිලියන 1.5 ක්ද වැයවේ නම් පාර තැනීමට **වැයවන මුදල අවම වන** D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම සොයන්න.

28. $25\ m^3$ ක පරිමාවක් ඇති පළල මෙන් දෙගුණයක් දිග ඇති පතුලක් සහිත ඒකාකාර චතුරස්‍ර හරස්කඩක් ඇති උඩ පැත්ත නොවැසූ ටැංකියක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත. පතුලේ වර්ග මීටරයක් සෑදීමට යන වියදම රු. 600/= ක් වන අතර, පැතිවල වර්ග මීටරයක් සෑදීමට යන වියදම රු. 500/= ක් වේ. ටැංකියේ ඝනකම නොසලකා හැර පළල මීටර් x වන ටැංකියක් සෑදීමට යන වියදම සඳහා x ඇසුරෙන් ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න. **අවම වියදමකින්** ටැංකිය නිමවන්නේ නම්, එහි දිග, පළල හා උස ද, එය සෑදීමට යන වියදම ද සොයන්න.

29. ධාරිතාව $24\pi\ (cm^3)$ වූද, මුදුන විවෘතව ඇත්තා වූද, පතුල වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර භාජනයක් තැනීමට අවශ්‍යව ඇත. පතුල සඳහා භාවිතා කරන ලද අමුද්‍රව්‍යවල ඒකකයකට ගිය වියදම, වක්‍ර කොටස සඳහා ගිය අමුද්‍රව්‍යවල ඒකකයකට වියදම මෙන් තුන්ගුණයක් ද, අමුද්‍රව්‍ය අපතේ නොගියේ ද නම් **වියදම අවම වන සේ** සිලින්ඩරයට තිබිය යුතු මාන සොයන්න.

30. අරය a වන ගෝලයකින් කපාගත හැකි **උපරිම පරිමාව සහිත** සෘජු සිලින්ඩරයේ අරය සොයන්න.

31. අරය a වන වෘත්තයක අඩංගු කළහැකි සෘජුකෝණාස්‍රයේ **උපරිම වර්ගඵලය** $2a^2$ බව පෙන්වන්න.

32. ජනේලයක් සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසකින් හා එහි පැත්තක දිගට සමාන, දිගැති කම්බියක් සහිත අර්ධ වෘත්තාකාර ආරුක්කුවකින් ද සමන්විත වේ. රාමුව නිමවන්නේ නියත ඒකාකාර l දිගකින් ද, අමුද්‍රව්‍ය අපතේ නොයන්නේ නම්, **වර්ගඵලය උපරිම වන පරිදි** දිග හා පළල සොයන්න.

33. සරල රේඛීය මාර්ගයකට එකම පැත්තේ a හා b දුරින් A හා B නගර පිහිටා ඇත. $(b > a)$ මේ නගරවල සිට ඇඳි ලම්බකයෝ C හා D හිදී මාර්ගය හමුවේ. CD = c වන අතර C හා D අතර පිහිටි P නම් ලක්ෂ්‍යයක සුපිරි වෙළෙඳසැලක් ඉදිකිරීමට යෝජිතව ඇත. එය ඉදිකිරීමට නියමිතව ඇත්තේ APB දුර අවම වන පරිදිය. මේ අවශ්‍යතාව සපුරාලන P හි පිහිටීම A නගරයේ සිට $\left(\dfrac{ac}{a+1}\right)$ දුරකින් වන බව සාධනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

B

34. $\forall\, x \in \mathbb{R}$ සඳහා, නමුත් $x \neq (-1)$ වන පරිදි f ශ්‍රිතය $f(x) \equiv \dfrac{(x-1)^3(6x+1)}{(x+1)^3}$ වන පරිදි අර්ථ දක්වා තිබේ.

(i) $f'(x) = \dfrac{6x(x-1)^2(x+6)}{(x+1)^4}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $x = 1$ වන විට, $f(x)$ ශ්‍රිතයට අවමයක් හෝ උපරිමයක් නොලැබෙන බව අපෝහනය කරන්න.

(iii) $y = f(x)$ හි වක්‍රය සඳහා දළ සටහනක් සුදුසු කාටීසිය තලයක අනුරේඛණය කරන්න. මෙම ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්, $-\left(\dfrac{49}{5}\right)^2 < k < -1$ නම් ම පමණක් $(x-1)^3(6x+1) - k(x+1)^3 = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික මූල නොමැති බව අපෝහනය කරන්න. එනයින් $(x-1)^3(6x+1) - k(x+1)^3 = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික මූල පැවතීමට k හි අගය පරාස අපෝහනය කරන්න.

35. $y = \dfrac{x-1}{x^2+1}$ වක්‍රය සුදුසු කාටීසිය තලයක අනුරේඛණය කරන්න. (වක්‍රයේ උපරිම හා අවම අගයන් වඩාත් පැහැදිලිව ලකුණු කළ යුතුයි.)
එනයින් $x^2 + kx + 1 - k = 0$ වර්ගජ සමීකරණයට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල පැවතීමට k හි අගය පරාසය සොයන්න.

36. $y = 3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x + 100$ ශ්‍රිතයේ උපරිම හා අවම අගයන් සොයා එහි දළ ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න. එමගින්,

(i) $3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x + 100 = 0$ සමීකරණයේ ඇති තාත්ත්වික මූල ගණන

(ii) $3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x = 0$ සමීකරණයේ ඇති තාත්ත්වික මූල ගණන

(iii) $3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x + 152 = 0$ සමීකරණයේ ඇති තාත්ත්වික මූල ගණන

(iv) $3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x + 200 = 0$ සමීකරණයේ ඇති තාත්ත්වික මූල ගණන සොයන්න.

37. $f(x) = (2x-1)^2(x+1)$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එමගින් පහත ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අඳින්න.

(i) $y = -f(x)$

(ii) $y = \dfrac{1}{f(x)}$

(iii) $y = f(x+4)$

(iv) $y - 3 = f(x)$

(v) $y = |f(x)|$

(vi) $y = |f(x)| - 4$

(v) $y = |f(x)| + 2$

38. $f(x) \equiv (x-1)^2(x+1)$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ ප්‍රස්තාරගත කරන්න. එනයින් $y = \dfrac{1}{f(x)}$ හි ප්‍රස්තාරය අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

39. $f(x) \equiv \dfrac{2x^2}{(x+2)(x-4)}$ ලෙස දී ඇත්නම්, $f(x)$ හි උපරිම හා අවම පවතීනම් ඒවා සොයන්න.

සිරස් තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ ද පැහැදිලිව දක්වමින් $f(x)$ අඳින්න. එනයින්, $f(x) - \ln(x-3)$ හි ශූන්‍යයන් සංඛ්‍යාව තීරණය කරන්න.

40. $\forall\ t \in R$ සඳහා, $x = \dfrac{1}{t^4+3}$, $y = \dfrac{1}{t^4+3}$ යන පරාමිතික සමීකරණ වලින් C වක්‍රයක් දී ඇත.

(i) t ට එරෙහිව x ද,

(ii) t ට එරෙහිව y ද ප්‍රස්තාරගත කරන්න.

41. C නම් වූ වක්‍රයක්, $x = t+1$, $y = t^3 - t$ යන පරාමිතික සමීකරණවලින් දෙනු ලැබෙයි.

(i) C හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය සොයා, ඒ එක එකක් අවම ද, උපරිම ද, නතිවර්තන ද යන්න සඳහන් කරන්න.

(ii) C ප්‍රස්තාරගත කරන්න.

(iii) ඒ නයින්,

I. $x = t^3 - 1$, $y = t + 1$ යන පරාමිතික සමීකරණවලින් දෙනු ලබන C_1 වක්‍රයේත්,

II. $x = t+1$, $y = |t^3 - t|$ යන පරාමිතික සමීකරණවලින් දෙනු ලබන C_2 වක්‍රයේත්,

දළ ප්‍රස්තාරික හැඩයයන් අනුරේඛනය කරන්න.

42. (i) ව්‍යුත්පන්නය පරීක්ෂා කිරීමෙන්, $\dfrac{x}{(x-1)(x-4)}$ හි උපරිම හා අවම අගයන් ලබාගන්න.

$-1 < k < -\dfrac{1}{2}$ සඳහා, $k(x-1)(x-4) - x = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික විසඳුම් නොමැති බව අපෝහනය කරන්න.

(ii) t යනු පරාමිතියක් විට, $(x, y) \equiv \left(\dfrac{t^2}{1+t^2}, \dfrac{t}{1+t^2}\right)$ මඟින් වක්‍රයක් අර්ථ දැක්වේ.

වක්‍රය මත ඕනෑම t ලක්ෂ්‍යයකදී $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)$ හා $\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)$ සොයන්න.

43. $y = x - 1 + \dfrac{1}{x+1}$ වක්‍රය අනුරේඛණය කරන්න.

$-4 < k < 0$ සඳහා $x - 1 + \dfrac{1}{x+1} = k$ සමීකරණයට තාත්ත්වික විසඳුම් නොමැති බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

44. $x = \dfrac{1}{t^2+4}$ සහ $y = \dfrac{t}{t^2+4}$ ලෙස පරාමිතික සමීකරණ මගින් වක්‍රයක් දී ඇත.

t හි සියලු තාත්ත්වික අගය සඳහා

(i) t ට එදිරිව x හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(ii) t ට එදිරිව y හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iii) වක්‍රය x – අක්ෂයට සහ y – අක්ෂයට සමාන්තරවන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් ට එදිරිව හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

45. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ශ්‍රිතයට (0, 17/27) යන ලක්ෂ්‍යයේදී ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ඇති අතර $\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=1} = 2$ සහ $\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=5/6} = 0$ වේ. වක්‍රය a, b, c සහ d සොයා, ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යවල ස්වරූපය දක්වමින් ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

46. $y = \dfrac{x^2-2x+1}{x^2-2x}$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය සහ ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් ප්‍රස්තාරයේ කටුසටහනක් අඳින්න. ප්‍රස්තාරය උපයෝගී කරගනිමින් $y = \dfrac{x^2-2x+1}{|x^2-2x|}$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

47. λ සහ μ තාත්ත්වික නියත විට $y = \dfrac{\lambda x + \mu}{(x-1)(x-4)}$ ශ්‍රිතයෙහි (2, –1) යනු ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයකි. λ සහ μ සොයන්න. y හි අගය x සමඟ සතතයෙන් අඩුවන සහ වැඩිවන පරාස දක්වමින් ශ්‍රිතයෙහි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

48. $y = (3x-5)^2\, x^{2/3}\, e^x$ ශ්‍රිතයට උපරිම අගයන් දෙකක් සහ එක් අවමයක් පවතින බව පෙන්වා ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

49. $y = \sin 2\theta \sin\left(\dfrac{\pi}{3} - 2\theta\right)$ ශ්‍රිතයේ වර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $0 \le \theta \le \pi$ සඳහා දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එමගින් $\sin 2\theta \sin\left(\dfrac{\pi}{3} - 2\theta\right) = k$ සමීකරණයට $0 \le \theta \le \pi$ ප්‍රාන්තරය තුළ හරියටම විසඳුම්

(i) දෙකක් තිබීමට,

(ii) හතරක් තිබීමට,

(iii) පහක් තිබීමට,

(iv) නොතිබීමට, k ට ගතහැකි අගයන් හෝ අගය පරාස නිර්ණය කරන්න.

Scanned with CamScanner

50. $y = \dfrac{x^2 e^x}{(x-1)^2}$ ශ්‍රිතයෙහි වර්තන ලක්ෂ්‍යය සහ ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

එමගින් $x^2 e^x - k(x-1)^2 = 0$ සමීකරණයට

(i) හරියටම විසඳුම් එකක් පමණක් තිබීමට

(ii) හරියටම ප්‍රභින්න විසඳුම් දෙකක් තිබීමට

(iii) හරියටම ප්‍රභින්න විසඳුම් තුනක් තිබීමට

(iv) විසඳුම් නොමැති වීමට

k ට ගතහැකි අගය හෝ අගය පරාස සොයන්න.

51. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ යැයි ගනිමු. a, b, c හා d නියත වේ. $\lambda\,[(x' + \mu)^2 + v]$ ආකාරයෙන් $f'(x)$ සොයන්න. මෙහි λ , μ , v නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

(i) $|x| > 1$ සඳහා $f'(x) > 0$

(ii) $|x| < 1$ සඳහා $f'(x) < 0$

(iii) $f(1) = -1$

(iv) $f(-1) = 2$ නම් a, b, c, d සොයන්න. f ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

C

52. ගෝලාකාර බැලුනයක් තුළට 1232 $cm^3\,s^{-1}$ වායු පරිමාවක් පොම්ප කරනු ලැබේ. බැලුනයේ අරය හා ක්ෂේත්‍රඵලය වැඩිවන සීඝ්‍රතාවය අරය 14cm විට සොයන්න.

53. වෘත්තාකාර වායු බුබුලක පරිමාව තත්පරයකදී 5 cm^3 ක ප්‍රමාණයෙන් වැඩිවේ. එහි පරිමාව $36\pi\ cm^3$ වන විට අරය හා ක්ෂේත්‍රඵලය වැඩිවන සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

54. දකුණු උතුරු සහ බස්නාහිර නැගෙනහිර මාර්ග දෙකක් O ලක්ෂ්‍යයකදී හමුවේ. A මෝටර් රථය 100 $km\,h^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් දකුණු උතුරු මාර්ගය දිගේ ද B රථය 75 kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් බස්නාහිර නැගෙනහිර මාර්ගයේ ද O දෙසට චලිත වේ. A හි B රථ O සිට 5 km සහ 10 km දුරින් ඇති විට A හා B එකිනෙක ආසන්න වන සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

55. ජලය මත ඇති වෘත්තාකාර තෙල් පැල්ලමක් ක්‍රමයෙන් විශාල වේ. මිනිත්තු 1 කදී ක්ෂේත්‍රඵලය 11 m^2 න් වැඩිවේ නම් අරය 7m විට අරය වැඩිවීමේ සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

56. ළමයෙක් සරල මාර්ගයක 5 ms^{-1} ක ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. මාර්ගයේ සිට 15 m දුරින් පරීක්ෂණ විදුලි බුබුලක් සවිකර ඇත. ළමයාට විදුලි බුබුල යොමුකර ඇත. විදුලි බුබුලට මාර්ගයේ ආසන්නතම ස්ථානයේ සිට ළමයා 20m ගමන් කර ඇති විට විදුලි බුබුල භ්‍රමණය වී ඇති සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

57. සරල රේඛාවක අංශුවක් චලිත වේ. විස්ථාපනය r m ද කාලය t s ද නම්, $r = 4t^3 + 10t^2 - 8t$ වලින් අංශුවේ ඕනෑම මොහොතක චලිතය දක්වයි.

(i) t කාලයේදී අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න. 2 s කදී සහ 4 s කදී අංශුවේ ප්‍රවේග අපෝහනය කරන්න.

(ii) අංශුව නිසලවන විට ගතවූ කාලය සොයන්න.

(iii) කාලය 1 s වන විට අංශුවේ ත්වරණය සොයන්න.

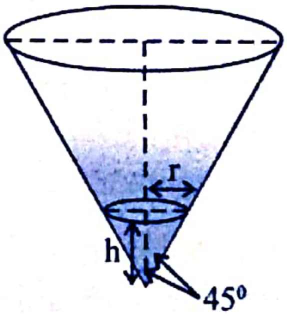
(iv) චලිතය දැක්වෙන ප්‍රස්තාරය ඇඳ, පළමු 1 s දී අංශුවේ විස්ථාපනය සහ චලිත වූ දුර සොයන්න.

58. අඩ සිරස් කෝණය $\frac{\pi}{4}$ ක් වන සෘජුවෘත්තාකාර කේතුවක ශීර්ෂය පහළට ද අක්ෂය සිරස් ලෙසද තැබූ ආකාරයේ භාජනයකට $10\ cm^3\ s^{-1}$ බැගින් ජලය වත්කරන ලදී. උස 5 cm ක් වන විට භාජනයේ ජල මට්ටම ඉහළ නගින සීඝ්‍රතාවය සොයන්න. 30π s හිදී භාජනය පිරේ නම් එහි උස සොයන්න.

59. තලයක චලිතවන අංශුවක චලිත සමීකරණය කාටීසීය ඛණ්ඩාංක ඇසුරින් $y = 4x^2 + 2x + 1$ වේ. x ඛණ්ඩාංකය මෙන් සිව් ගුණයක් y ඛණ්ඩාංකය වෙනස්වීමේ සීඝ්‍රතාවයක් දක්වනුයේ අංශුව කුමන ලක්ෂ්‍යයේ ඇති විටදැයි සොයන්න.

60. 5m ක් උස ගොඩි ගසක සිට 1 m ක් උස ළමයෙක් $8\ ms^{-1}$ ක නියත ප්‍රවේගයෙන් ඉවතට ගමන් කරයි. ළමයාගේ සෙවනැල්ල වැඩිවන සීඝ්‍රතාවය සොයන්න. කොඩිගසේ සිට 4m දුරින් සිටින විට සෙවනැල්ලේ දිග කොපමණද?

61. සෘජුවෘත්තාකාර කේතුක ටැංකියක ශීර්ෂය පහළින්ම පිහිටා ඇත. අක්ෂය සිරස් වේ. කේතුවේ අඩසිරස් කෝණය $\frac{\pi}{4}$ වේ. ශීර්ෂයේ ඇති කුඩා සිදුරකින් ජලය $1\ cms^{-1}$ ඉවත් වේ. ජල කඳේ උස 8 cm ක් විට ජලයේ ගැඹුර අඩුවන සීඝ්‍රතාවය සොයන්න. එම මොහොතේ ඇල උස අඩුවන සීඝ්‍රතාවයද සොයන්න.



62. අරය a cm වන අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක් ජලයෙන් පිරී ඇත. පාත්‍රයේ පතුලේ වන කුඩා සිදුරකින් ජලය ඒකාකාර නියත සීඝ්‍රතාවයකින් ඉවත් වේ. පාත්‍රයේ ජලය 24 s කින් ඉවත් වේ. ජලයේ උස x cm විට, ජලයේ පරිමාව $\frac{2\pi}{3}(3a - x)\ cm^3$. ජලයේ ගැඹුර අඩුවන සීඝ්‍රතාව $\frac{a^3}{36(2a - x)}\ cm\ s^{-1}$ බව ඔප්පු කරන්න. ජලයේ ගැඹුර $\frac{a}{2}$ cm වීමට කාලය හා එවිට ගැඹුර අඩුවන සීඝ්‍රතාවය ද සොයන්න.

Scanned with CamScanner

63. ගුවන් යානයක් සෑමවිටම පොළවට 3km ක් ඉහලින් පියාසර කරන්නේ යයි සිතන්න. ගුවන්යානය පොළවේ සිටින ඔබගෙන් ඉවතට 500 kmh^{-1} වේගයෙන් තිරස්ව ගමන් කරන්නේ යයි ගනිමු. ගුවන්යානය ඔබගේ සිට 4km දුරකින් පොළව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර යනවිට ඔබ සහ ගුවන්යානය අතර දුර වෙනස්වීමේ සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

64. ඒකක 60 ක් උස සිරස් කණුවක මුදුනෙහි විදුලි පහනක් දැල්වේ. පහනේ සිට තිරස් ලෙස ඒකක 16 ක් දුරින් වූ ස්ථානයක සිට බෝලයක් අතහරිනු ලැබේ. බෝලය අත්හළ මොහොතේ සිට තත්පර t කාලයකට පසු එය වැටී ඇති දුර, ඒකක S නම්, $S = 16t^2$ සමීකරණයට අනුව බෝලය වැටෙන බව සොයාගන්නා ලදී. බෝලය අතහැරීමෙන් තත්පරයකට පසු පොළව මත වූ එහි සෙවනැල්ල ගමන් කරන වේගය සොයන්න.

D

65. ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයන්න.

(i) $(x-2)^4 + (y-1)^4 = 81$ වක්‍රය මත (5, 1) ලක්ෂ්‍යයේදී,

(ii) $x^2 - y^2 - 8x + 2y + 11 = 0$ වක්‍රය මත (2, 1) ලක්ෂ්‍යයේදී,

(iii) $y^2 = 4ax$ වක්‍රය මත $(a, -2a)$ ලක්ෂ්‍යයේදී,

(iv) $\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^h = 2$ වක්‍රය මත (a, b) ලක්ෂ්‍යයේදී,

66. අභිලම්බවල සමීකරණ සොයන්න.

(i) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ වක්‍රය මත $(8, 3\sqrt{3})$ ලක්ෂ්‍යයේදී,

(ii) $2x^2 + (1-y)^2 = 12$ වක්‍රය මත (2, 3) ලක්ෂ්‍යයේදී

(iii) $y^2 = 16x$ වක්‍රය මත (1, –4) දී

67. $9x^2 - 16y^2 = 144$ වක්‍රයට $(4\sqrt{2}, 3)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සහ අභිලම්බයේ සමීකරණය සොයන්න.

68. $y^2 = \alpha x^3 - \beta$ වේ. (2, 3) දී අභිලම්බයේ $x + 4y = 14$ වේ නම් $\alpha + \beta$ හි අගය සොයන්න.

69. $y = (x-5)(2x+1)$ වක්‍රයේ x අක්ෂයට සමාන්තර ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

70. $\forall\ \theta \in \mathbb{R}$ සඳහා, $P \equiv (a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ ලක්ෂ්‍යය $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ වක්‍රය මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න.

තවද, p හි දී මෙම වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණයත්, අභිලම්බයේ සමීකරණයත් සොයන්න. එමෙන් ම මෙම වක්‍රයට p හි දී ඇඳි ස්පර්ශකය Q හා R ලක්ෂ්‍යවලදී ඛණ්ඩාංක අක්ෂ හමුවේ නම් $QR = a$ බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

71. $y^2 = 4x$ පරාවලය මත වූ $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ලම්බකය P හි දී නැවත වක්‍රය හමුවේ නම් $P \equiv (9, \pm 6)$ හෝ $P \equiv (1, -2)$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

72. වක්‍රයක්, $x = e^{\theta} \cos \theta$, $y = e^{\theta} \sin \theta$ යන පරාමිතික සමීකරණ මඟින් දී ඇත. පරාමිතිය θ වන P ලක්ෂ්‍යයේ දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න. P ලක්ෂ්‍යය වක්‍රය ඔස්සේ විචලනය වන විට OP හා P හි දී ඇඳි ස්පර්ශකය අතර කෝණය නියතයක්ව පවතින බව පෙන්වන්න.

73. $y = (x + 1)(2x + 1)^2$ වක්‍රයට $(0, 1)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සහ අභිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න. ස්පර්ශකයට නැවත වක්‍රය හමුවන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

74. $3ay^2 = x^2 (2x + a)$ වක්‍රයට $P (a, a)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම ස්පර්ශකයට වක්‍රය නැවත හමුවන ලක්ෂ්‍යයේදී අභිලම්බයක් වන බව පෙන්වා, එම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

75. $y = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ වක්‍රයට $(-1, 1)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකය මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව පෙන්වන්න. වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකය මූලය හරහා යන වක්‍රය මත පිහිටි අනෙක් ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

76. $y^3 = ax^2$ වක්‍රයට (at^3 , at^2) ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකය සහ අභිලම්භය පිළිවෙළින් x අක්ෂය A සහ B හි දී හමුවේ. $AB = \dfrac{a}{6}(9t^3 + 4)$ බව පෙන්වන්න. වක්‍රයට (at^3 , at^2) ඇඳි ස්පර්ශකය වක්‍රය නැවත නැවත හමුවන ලක්ෂ්‍යයේ පරාමිතිය $-\dfrac{t}{2}$ බව පෙන්වන්න.

77. $P (at^2 , at^3)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $ay^2 = x^3$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකය Q හි දී නැවතත් වක්‍රයට හමුවේ. මෙහි a යනු නියතයක් වන අතර t පරාමිතියකි. t ඇසුරෙන් Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

78. C යනු $x = \dfrac{a}{2}\left(t + \dfrac{1}{t}\right)$ සහ $y = a\left(t - \dfrac{1}{t}\right)$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන වක්‍රය යැයි ගනිමු. මෙහි a යනු නිශ්ශූන්‍ය නියතයක් ද, t යනු නිශ්ශූන්‍ය පරාමිතියක් ද වේ. C වක්‍රයට t_0 පරාමිතික අගය ඇති ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්භයෙහි සමීකරණය සොයන්න. තව ද, $(-13a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට C වක්‍රයට අභිලම්බ හතරක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වා, එම අභිලම්බ හතරෙහි අඩිවල පරාමිතික අගයන් සොයන්න.

79. $y = f(x)$ වක්‍රයක්, පරාමිතිය t වන පරිදි, $x = 2 \cos t - \cos 2t$, $y = 2 \sin t - \sin 2t$ මඟින් දී ඇත. මෙහි $t \neq n\pi$; $n \in Z$ වේ. පරාමිතිය t වන ලක්ෂ්‍යයේ දී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය $x.\cos\left(\dfrac{3t}{2}\right) + y.\sin\left(\dfrac{3t}{2}\right) = \cos\left(\dfrac{t}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න. තවද පරාමිතිය, t හා $(t + \pi)$ ලක්ෂ්‍යවල දී ඇඳි අභිලම්බ එකිනෙක ලම්බ වන බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

80. $x^2 - y^3 = 0$ වක්‍රයට, (t^2, t^3) ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ස්පර්ශකටත්, අභිලම්භයටත් පිළිවෙලින් P හා Q ලක්ෂ්‍යවලදී X අක්ෂය හමුවේ. $6PQ = 9t^4 + 4t^2$ බව සාධනය කරන්න.

E

81. $x > 0$ වන විට $\ln(1 + x) > x - \dfrac{x^2}{2}$ බව පෙන්වන්න.

82. $x > 0$ විට $x - \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5} - \dfrac{x^7}{7} < \tan^{-1} x$ බව පෙන්වන්න. තව ද $\tan^{-1} x < x - \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5}$ බව පෙන්වන්න.

83. $x > 0$ විට, $(x - 1)e^x + 1$ ශ්‍රිතය ධන වන බව පෙන්වන්න.

84. $f(x) = \ln(1 + x) - x + \dfrac{x^2}{2(1 + x)}$ ශ්‍රිතයේ ව්‍යුත්පන්නයේ ලකුණ සැලකීමෙන්, $x > 0$ සඳහා $x - \dfrac{x^2}{2(1 + x)} \quad \ln(1 + x)$ බව පෙන්වන්න.

85. $x > 0$ නම්, $x - \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{1}{3}x^3 > \ln(1 + x) > x - \dfrac{1}{2}x^2$ බව පෙන්වන්න.

86. $x - \dfrac{x^3}{3} < \tan^{-1} x < x - \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5}$ බව පෙන්වන්න.

87. $2x^3 - 6x + 5$ ශ්‍රිතය වැඩිවන ශ්‍රිතයක් වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

88. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ ශ්‍රිතය අඩුවන ශ්‍රිතයක් වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

89. $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + \dfrac{1}{2}x^2 - 6x + 8$ වේ. $f(x)$ ශ්‍රිතය අඩුවන x වල අගය පරාසය සොයන්න.

90. $f(x) = \dfrac{\lambda \sin x + 6 \cos x}{2 \sin x + 3 \cos x}$ වේ. $f(x)$ වැඩිවන ශ්‍රිතයක් වන λ වල අගය පරාසය සොයන්න.

මිශ්‍ර ගැටළු

91. උතුරු දෙසට ජලය ගලන ගඟක A සහ B යනු නැගෙනහිර ඉවුර මත එකිනෙකට 16km දුරක් ඈතින් පිහිටි ස්ථාන දෙකකි. C සහ D යනු පිළිවෙළින් A ට නැගෙනහිරින් සහ B ට නැගෙනහිරින් වූ නගර දෙකකි. AC = 12 km සහ BD = 20 km වේ. A සහ B අතර පිහිටි E ලක්ෂ්‍යයක දී ජල පොම්පාගාරයක් ස්ථාපනය කර C සහ D නගරවලට EC සහ ED ඔස්සේ ජලය සැපයීමට අවශ්‍යය නල මාර්ගවල දුර ප්‍රමාණය අවම වීම සඳහා E හි සුදුසුම පිහිටීම නිර්ණය කරන්න. 1km දුරක නල යෙදීම සඳහා වියදම රුපියල් මිලියන 0.5 ක් වැය වේ නම් පොම්පාගාරය ස්ථාපනයට රුපියල් මිලියන 5 ක් වැය වේ නම් සමස්ත ව්‍යාපෘතියට වැයවන මුදල සොයන්න.

Scanned with CamScanner

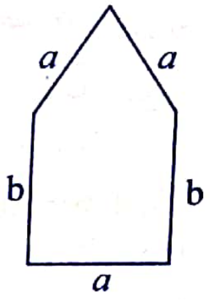
92. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර දැන්වීම් පුවරුවක් සිරස් බිත්තියක අමුණා ඇති අතර එහි උස අඩි 14 කි. එහි පාදය නිරීක්ෂකයෙකුගේ ඇස් මට්ටමේ සිට අඩි 18 ක් උසින් ඇත්නම් නිරීක්ෂකයාගේ ඇසෙහි ආපාතනය කරන කෝණය උපරිම වීම සඳහා බිත්තිය පාමුල සිට නිරීක්ෂකයා සිටිය යුතු දුර සොයන්න. මේ අවස්ථාවේ දී ඇසේ ආපාතනය කරන කෝණය සොයන්න.

93. ඝන සෘජුවෘත්ත කේතුවකින් කේතුවේ අක්ෂය හා සමපාත වන අක්ෂයක් ඇති සෘජුවෘත්ත සිලින්ඩරයක් කපනු ලැබෙයි. සිලින්ඩරයේ පරිමාවට කේතුවේ පරිමාවෙන් $\frac{4}{9}$ ඉක්මවිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

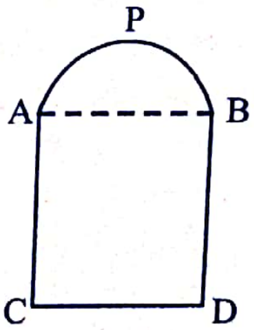
94. දී තිබෙන අරයන් ඇති ගෝලයක් තුළ සෘජුවෘත්ත කේතුවක් අන්තර්ගත කර තිබේ. කේතුවේ පරිමාව උපරිමයක් නම් එය ගෝලයේ පරිමාවෙන් $\frac{8}{27}$ බව පෙන්වන්න.

95. ත්‍රිකෝණයක පරිමිතිය මීටර 64 කි. එක් පාදයක දිග මීටර 12 කි. ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය උපරිම වීමට නම් ඉතිරි පාද දෙකේ දිග කොපමණ වේද?

96. R_1 හා R_2 යනු සමක ප්‍රතිරෝධය R වන ප්‍රතිරෝධ දෙකකි. $R_1 + R_2$ නියත අගයකි. $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ මඟින් සමක ප්‍රතිරෝධය ගණනය කරනු ලැබේ. **සමක ප්‍රතිරෝධය උපරිම වන්නේ** $R_1 = R_2$ විට බව පෙන්වන්න.



97. රූපයේ පෙන්නුම් කර ඇත්තේ බිත්තියක වූ සිදුරක හරස්කඩකි. මෙහි පරිමිතිය 64m නම් **උපරිම ආලෝකයක් ලැබීමට** a හා b සොයන්න.



98. රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ වීදුරු යෙදූ ජනේලයක් තැනිය යුතු හැඩයයි. ජනේලයක් තැනිය යුතු හැඩයයි. APB අර්ධ වෘත්ත කොටසකි. ABCD සෘජුකෝණාස්‍ර කොටසකි. ජනේලයේ පරිමිතිය 100cm වේ නම් **වැඩිම ආලෝක ප්‍රමාණයක් ලැබෙනසේ** ජනේලයට තිබිය යුතු මාන ලබාගන්න. එවිට වර්ගඵලය $\frac{5000}{4+\pi}$ බව පෙන්වන්න.

99. P අංශුවක් $y = x^2 + 2$ ඔස්සේ චලිත වේ. Q අංශුවක් (3, 2) ලක්ෂ්‍යයේ ස්ථාවරව පවතී. P හා Q අතර **කෙටිම** දුර ලබාගන්න. එවිට P ගේ පිහිටීම ද ලබාගන්න.

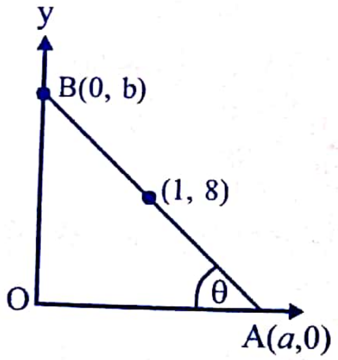
100. ජනේලයක් සාදා ඇත්තේ සෘජුකෝණාස්‍ර කොටසක් අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසක් සහිත වනසේයි. එහි පරිමිතිය නියත වේ. අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසට හැඩි වීදුරු යොදා ඇති අතර අනෙක් කොටසට අවර්ණ වීදුරු යොදා ඇත. හැඩි වීදුරු යොදා ඇති කොටසින් ලැබෙන ආලෝකය මෙන් දෙගුණයක ආලෝක ප්‍රමාණයක් අවර්ණ කොටසින් ලැබේ. ජනේලය තුළින් **උපරිම ආලෝකයක්** ලැබෙන පරිදි වූ ජනේලයේ මාන අතර අනුපාතය සොයන්න.

101. එක්තරා විදුලි උපකරණයක් රු. 300 බැගින් විකුණන විට මාසයකට එවැනි උපකරණ 100 ක් සාප්පුවකින් විකිණේ. මිල අඩු කරන්නා වූ සෑම රු. 10 කට ම වැඩිපුර උපකරණ 5 ක් මාසයකට විකිණෙන බව සොයාගෙන ඇත. මසකට, ඒවායේ විකුණුම් ආදායම උපරිම කරගැනීම සඳහා උපකරණයක විකිණුම් මිල කොපමණ විය යුතු ද? එවිට එම මිලට විකිණෙන උපකරණ සංඛ්‍යාව කොපමණද?

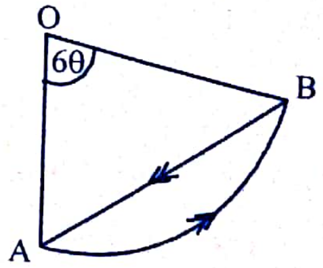
102. නොට් 12 ක වේගයෙන් උතුරු දිශාවට යාත්‍රා කරන නැවක් එයට හරි ඉදිරියෙන් හා මුහුදු සැතපුම් 15 ක දුරකින් තවත් නැවක් දකියි. දෙවැනි නැව නොට් 9 ක වේගයකින් නැගෙනහිර දිශාවට යාත්‍රාකරමින් තිබුණි නම් **නැව් දෙක අතර ඇතිවිය හැකි කෙටිම දුර** සොයන්න.

103. අරය $\sqrt{3}$km වන වෘත්තාකාර වැවක කේන්ද්‍රය C වේ. P ලක්ෂ්‍යයෙන් ආරම්භවන ළමයෙක් PCR විෂ්කම්භයේ R ට පැමිණීම සඳහා P සිට $\sqrt{3}kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් සරල මාර්ගයක පිහිනා ගොස් වැව් කණ්ඩියේ Q ට පැමිණ $Q\hat{P}R = \theta$ වේ. ඉන්පසු Q සිට R ට වැව් කණ්ඩිය දිගේ $2kmh^{-1}$ වේගයෙන් ඇවිද ගෙන යයි. P සිට R ට කාලය T සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න. උපරිම හෝ අවම වීමට Q හි පිහිටීම සොයන්න. **කාලය උපරිම වීමට** PQR පථයේ දිග සොයන්න.

104. A, B ලක්ෂ්‍ය ox , oy අක්ෂ මත විචල්‍යය ලක්ෂ්‍ය වේ. AB රේඛාව (1, 8) තුළින් යයි. ත්‍රිකෝණයේ $B\hat{A}O = \theta$ බව දී ඇත. $AB = \dfrac{1}{\cos\theta} + \dfrac{8}{\sin\theta}$ බව පෙන්වන්න. **AB හි අවම** අගය සොයන්න.



104. OAB යනු රූපයේ පරිදි කේන්ද්‍රයේ 6θ කෝණයක් ආපාතනය කරන අරය 5.5m වූ වෘත්ත චාපයකි. එය කොටස් තුනකට බෙදා ඇත්තේ කේන්ද්‍රයේ ආපෝහනය කරන කෝණය පොදු අනුපාතය θ වූ සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන පරිදිය.
මිනිසෙක් A සිට B දක්වා වෘත්ත චාපය ඔස්සේ දිවයන්නේ කෙසේදයත් පළමු කොටස $2rads^{-1}$ ඒකාකාර කෝණික ප්‍රවේගයෙන් ද දෙවන කොටස $4rads^{-1}$ ඒකාකාර කෝණික ප්‍රවේගයෙන් ද තෙවන කොටස $8rads^{-1}$ ඒකාකාර කෝණික ප්‍රවේගයෙන් ද වන පරිදිය. මිනිසා B සිට A ට සරල රේඛීයව නැවත දිව එන්නේ $12ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගතවූ මුලු කාලය T සඳහා ප්‍රකාශනයක් θ ඇසුරින් ලබාගන්න. **T උපරිම වීට** θ ලබාගන්න.



105. නැගෙනහිර බටහිර රේඛාවේ වෙරළක වූ B ලක්ෂ්‍යයකට හරි දකුණින් $^1/_2$ km ඇතින් ද වූ A ප්‍රදීපාගාරයක සිට මිනිසෙකු වෙරළේ C ලක්ෂ්‍යයකට යාමට අදහස් කරයි. B බටහිරින් C ඇත. ප්‍රදීපාගාරයෙහි සිට බෝට්ටුවකින් සිය ගමන ආරම්භ කරන්නේ $3kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයකිනි. ඔහු BC අතර ස්ථානයකට බෝට්ටුව පදවන ඉතිරි දුර ගමන් කරන්නේ $3.25kmh^{-1}$ වේගයකිනි. BC අතර දුර 3km වේ නම්, ඔහු වෙරළේ කවර ස්ථානයකට බෝට්ටුවෙන් ගමන් කලහොත් **කෙටිම කාලයකින් ගමන නිමකරන්නේ දැයි සෙවීමට** ව්‍යුත්පන්නයේ අර්ථ දැක්වීම යොදාගන්න.

Scanned with CamScanner

106. ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයකි. AB = a ද, BC = b ද වේ. මෙහි යාබද ශීර්ෂ තවත් සෘජුකෝණාස්‍රයක යාබද පාද ඔස්සේ පිහිටයි නම්, දෙවන සෘජුකෝණාස්‍රයේ උපරිම වර්ගඵලය $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ බව පෙන්වන්න.

107. ABC ත්‍රිකෝණයක $\hat{B} = 90^0$ වේ. $a + b = 4$ වේ. ත්‍රිකෝණයේ වරගඵලය උපරිම වන විට $\hat{C}$ කෝණය සොයන්න.

108. ජනේලයක් සාදා ඇත්තේ සෘජුකෝණාස්‍ර කොටසක් අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසක් සහිත වනසේයි. එහි පරිමිතිය නියත වේ. අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසට හැඩැති වීදුරු යොදාඇති අතර අනෙක් කොටසට අවර්ණ වීදුරුයොදා ඇත. හැඩැති වීදුරු යොදා ඇති කොටසින් ලැබෙන ආලෝකය මෙන් දෙගුණයක් ආලෝක ප්‍රමාණයක් අවර්ණ කොටසින් ලැබේ. ජනේලය තුළින් උපරිම ආලෝකයක් ලැබෙන පරිදි වූ ජනේලයේ මාන අතර අනුපාතය සොයන්න.

109. P අංශුවක් $y = x^2 + 2$ ඔස්සේ චලිත වේ. Q අංශුවක් (3, 2) ලක්ෂ්‍යයේ ස්ථාවරව පවතී. P හා Q අතර කෙටිම දුර ලබා ගන්න. එවිට P ගේ පිහිටීම ද ලබා ගන්න.

110. $f(x) = \int_{-1}^{x} 2(t-1)(t-2)^3 + 3(t-1)^2(t-2)\,dt$ වේ. $f(x)$ වල උපරිම, අවම අගයන් සොයන්න.

111. P (x) යනු 3 වෙනි මාත්‍රයේ බහුපද ශ්‍රිතයකි. P $(-1) = 10$, P$(1) = -6$ වේ. $x = -1$ විට P (x) ට උපරිමයක් ඇත. $x = 1$ විට $P^1(x)$ ට අවමයක් ඇත. P (x) ශ්‍රිතය සොයන්න.

112. ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල ඛණ්ඩාංක (0, 0) , $(x, \cos x)$, $(\sin 3x, 0)$ වේ. $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයේ උපරිම අගය සොයන්න.

113. ත්‍රෑපීසියමක පැති 3 ක දිගවල් 8cm බැගින් වේ. ත්‍රෑපීසියමේ උපරිම වර්ගඵලය සොයන්න.

114. $f(x) = e^x \sin x$ වේ. $(0 \leq x \leq 2x)$ $f(x)$ වලට අඳින ස්පර්ශකයේ බෑවුම උපරිම වන විට x සොයන්න.

115. x තාත්ත්වික වේ. අවකලනය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ ප්‍රකාශනයේ උපරිම අගය සොයන්න.

116. $l^2 + m^2 = 1$ වේ. $l + m$ හි උපරිම අගය සොයන්න.

117. A > 0 සහ B > 0 වේ. $A + B = \frac{\pi}{3}$ වේ. tan A + tan B වල උපරිම අගය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

118. තත්පර t කාලයක් ගෙවන මොහොතේ දී පරිපථයක ඇති ඇම්පියර් i ප්‍රත්‍යාවර්ථ ධාරාව $ti = \sin 2t + \sqrt{3} \cos 2t$ මඟින් දැක්වේ. ධාරාවේ උපරිම හා අවම අගයනුත්, උපරිම හා අවම ධාරාව ලැබෙන t වල අඩුම අගයනුත් සොයන්න.

119. A යනු x අක්ෂයෙහි ධන දිශාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. B යනු y අක්ෂයෙහි ධන දිශාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. A හා B යා කරන කරල රේඛාව C (a, b) නම් අචල ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. මූල ලක්ෂ්‍යය O නම්, AOB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය අවම වන්නා වූ A, B පිහිටීම සොයා එම අවම වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

120. මිනිසෙක් ගඟක සෘජු ඉවුරට 3km දුරින් නිශ්චල ජලයේ තිබෙන බෝට්ටුවක සිටියි. එම ස්ථානයේ සිට 5km දුරින් ගං ඉවුරේ පිහිටි බලවේග මධ්‍යස්ථානයකට යාමට ඔහුට අවශ්‍ය ව ඇත. ඔහුට බෝට්ටුව පැදීම 2kmh^{-1} වේගයකින් ද ගං ඉවුර දිගේ පා ගමනින් යාම 4kmh^{-1} වේගයකින් ද කළ හැකි නම්, බලවේග මධ්‍යස්ථානයට හැකි ඉක්මණින් ළඟාවීම පිණිස ඔහු විසින් ඉවුරේ කිනම් ස්ථානයකට බෝට්ටුවෙන් පැමිණිය යුතු වේද?

Scanned with CamScanner